

מהי ספרות: גרסת המתמטיקה

כל המדע המתמטי שלנו אינו אלא הדבר הזה שעבורו מתקיימת הספרות: המוכר המתברר כאחר.

מה זה אור? מהו הירח? שאלות שכל משורר ודאי עמד עליהן. ולא רק המשוררים. כן, למשל, מתברר כי האור רק נדמה לנו כלבן, ולמעשה הוא ערבוב של קשת הצבעים כולה. הירח הוא כעין תפוח הנופל – לנצח – אל עבר כדור הארץ. הנה עקומה, היא נדמית לנו כדבר־מה מעוקל שאין למדוד אותו בסרגל ישר. למעשה, היא אינה אלא אינסוף משיקים ישירים זעירים: והנה מתברר שנוסחת העקומה היא מניה וביה גם נוסחת המשיקים, וחוזר חלילה. הכול נדמה כדבר־מה – ומתברר כשונה ממנו. מאחורי האשליה שבה אנו חיים כל העת את חיינו, מסתתרת המציאות שהיתה עד כה סמויה מן העין.

Nature and Nature's laws lay hid in night:
God said, Let Newton be! and all was light.

כך כתב המשורר אלכסנדר פופ ב־1730, קצת אחרי מותו של סיר אייזק ניוטון. אבל למעשה לא היה צריך לחכות לפופ ול־1730. כבר ב־1666 – כאשר גילה ניוטון את כל זה, את האור ואת הכובד ואת החשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי – כבר אז היתה זו ספרות, הרגע הזה, הופך העולמות, שבו המוכר מתברר כאחר.

נעקוב אחרי אייזק ניוטון, סטודנט צעיר ב־1666, בן 24 בסך הכול. הנה הוא בבית הכפר של משפחתו בצפון אנגליה, מותיר סדק צר בין הווילונות, קורע בשבר זכוכית את פס האור. חוט ארוך נמתח מן התקרה: הנה מטוטלת. ושוב ושוב אנחנו רואים אותו גוהר מעל דפי נייר, שב וממלא את הדיו בקסת – עוד דף, עוד דף! – אבל רגע, אייזק, מה עם הלימודים? התקבלת לקיימברידג' – מה אתה עושה בבית? – מתברר שהשהייה בבית היא באישור הרשויות. באותם ימים השתולל הדבר והאוניברסיטה

נסגרה. ישבתי לבדי בבית במשך שנה, ישיב אייזק; באין לי דבר טוב יותר לעשותו, המצאתי את המדע הניוטוני.

סיפור מעודד לימינו וגם סיפור יפה. הדרמה של גאון האדם, בדד, לנוכח אימת המגפה; הציפייה המתהפכת היפוך אירוני (דוקא הרחק מקיימברידג', נרקם המדע!), והרי גם זו היא ספרות. וכמובן, זוהי בדיה במובן מה, כמו כל סיפור שאנשים מספרים. חשוב להבהיר: ניוטון נטה להסתבך במאבקים פרנאודיים של סכסוכי קדימות מדעיים, ועל כן סיפר סיפורים, מקצתם כוזבים, על המסלול שהוליך אותו אל תגליותיו. בזכרוננו הוא יישר עקומות והלבין מציאות מרובבת. ומי לא? אנחנו יכולים לבחון היום את כתבי היד שלו ומסמכים רבים המתעדים את חייו. והנה, בניתי כאן ספרות. אתם במתח. האם ניוטון שיקר? האם גילה את כל זה מאוחר יותר?

ובכן, לא. שנת 1666 היתה אכן מופלאה, ואת כל התגליות שייחס לעצמו אכן גילה – אמנם לא מלוטשות עד תום – כבר אז. אבל פרט מסוים הוא שכח או בלבל בכוונה: הוא לא בילה את שנת 1666 כולה מחוץ לקיימברידג'. חלק מן השנה העביר, בכל זאת, בעיר האוניברסיטאית, על ספריותיה המפוארות. והנה כאן אולי הסיבה לזיכרון המבולבל, שכתבי היד מפריכים במקצת. ניוטון היה גאון, אבל לא לגמרי בודד. את המדע שלו רקם לא רק מהרהורי לבו ולא רק מעיניו הבוחנות, אלא בעיקר מדבר אחר, פשוט יותר ובעצם מפליא יותר: ספרים. הוא קרא בשנת 1666 קרוא היטב את הספרים שהיו בספריות של קיימברידג', את דקארט ואת הויגנס ואת גלילאו ועוד רבים אחרים, ספרות מתמטית שלמה שעמדה לרשותו ואשר ממנה יצר את יצירתו, מעביר את הקולמוס על פני הנייר, שב ומשתקע בספר, הוגה את חידושו, שב ומעביר את הקולמוס: כמו תמיד, ספרות מספרות עשויה. הכול ספרות! הסיפורים שסיפר ניוטון על הפיזיקה המתמטית שלו הם ספרות, הפיזיקה המתמטית שלו עצמה היא ספרות, המתמטיקה כולה היא ספרות... אולי אתם לא משוכנעים. כל מה שאמרתי עד כה הוא שאנשים בודים את סיפורי חייהם; שכל מי שכותב, כותב מתוך קריאתו. זה אולי לא כל כך מפתיע. ועוד דבר נוסף, חשוב יותר, שרק רמזתי אליו: שיצירות כגון המתמטיקה והפיזיקה המתמטית של ניוטון שואבות את כוחן ומרשימות אותנו בגלל האפקט הספרותי של ההזרה. המוכר מתברר כאחר.

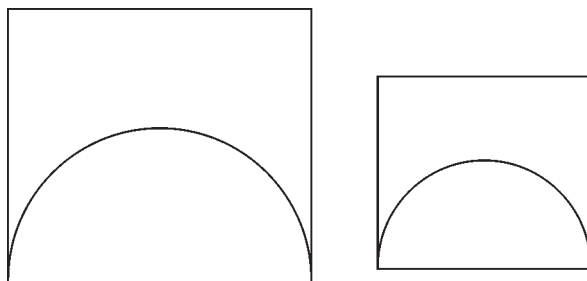
*

ועוד על מתמטיקה כספרות. מניוטון נעביר את מבטנו אחורה בזמן. אני מעלעל בין הספרים, מוצא מוקדם ועוד מוקדם יותר... על היפוקרטס מהאי כיוס איננו יודעים כמעט דבר (רק שהוא נבדל מיווני אחר בן אותו הזמן, היפוקרטס מקוס. שני היפוקרטסים שונים: אחד, מפורסם, אבי הרפואה. שני, עלום יחסית, אולי אבי המתמטיקה). אבל סימפליקיוס, מן המאה השישית לספירה, ציטט את אודמוס, מן המאה הרביעית לפני הספירה, שציטט את היפוקרטס מכיוס, מן המאה החמישית לפני הספירה – בערך זמנו של סוקראטס. וזאת ההוכחה המתמטית המוקדמת ביותר שנשתמרה לנו.

אקדים כמה מילים. פיתגורס אינו אלא סיפור, כעין אגדה. היה איש כזה, אבל מתמטיקה הוא כנראה לא ידע. בכל אופן, הסיפור המתמטי הבדוי חיבר את שמו עם מה

שמכונה "משפט פיתגורס", שאותו אתם ודאי זוכרים. במשולש ישר זווית, סכום שטחי הריבועים שעל הניצבים שווה לריבוע שעל היתר. את זאת ידעו גם היוונים הקדומים. אתם זוכרים ודאי גם כיצד לחשב שטחים: שטח מלבן, למשל, הוא מכפלת האורך והרוחב, שטח המשולש הוא מחצית מכפלת הבסיס בגובה, וכן הלאה: קל לחשב באמצעות סרגל את שטחו של כל מצולע המוקף בקווים ישרים, אך עד מהרה מתברר לכל אחד המנסה זאת, שקשה מאוד – אולי נכון יותר לומר, בלתי אפשרי – לחשב באותה דרך את שטחו של המעגל. הצורות הגיאומטריות, אנו מגלים, נחלקות לשניים: אלה המוקפות בקווים ישרים, ושקל לחשב את שטחן; ואלה המוקפות בקווים עקומים, שאין לחשב את שטחן. את זאת ידעו גם היוונים הקדומים.

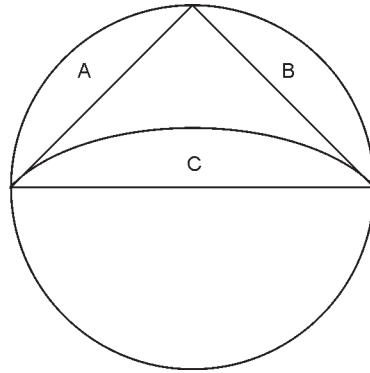
הערה אחרונה: גם אם איני יודע מה שטחו של קטע המעגל, אני יודע שאם צורתו קבועה, הוא גוזר מן הריבוע המקיף אותו נתח קבוע. למשל: בצד שמאל נמצא קטע מעגל המוקף בריבוע. בצד ימין נמצא קטע מעגל המוקף בריבוע. הריבועים שונים בגודלם, וכך גם המעגלים. איני יודע את שטח קטע המעגל, אבל אני יודע שאם קטע המעגל שבצד שמאל גוזר, נאמר, רבע מן הריבוע המקיף אותו, ואם צורת קטעי המעגל זהה בשני המקרים, אזי קטע המעגל בצד ימין חייב גם הוא לגזור רבע מן הריבוע המקיף אותו.



וכעת, כשכל אלה בידינו, נחזור אל היפוקרטס מכיוס. היפוקרטס צייר מעגל ובתוכו משולש ישר זווית ושווה צלעות (כלומר, כזה שניצביו שווים).

כמו שניתן להבחין בציור, המשולש גוזר מן המעגל שני נתחים שווים זה לזה בשטחם (שהרי המשולש שווה צלעות), שלהם אקרא נתח A ונתח B. נתחים אלה מונחים כך שבסיסיהם הם ניצבי המשולש.

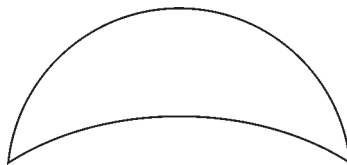
כעת ממשיך היפוקרטס ומצייר קשת: מעגל על בסיס היתר של המשולש ישר הזווית. ולא סתם קשת מעגל! אנחנו מציירים בדיוק את אותה הקשת כך שהצורה שתיווצר תהיה זהה בצורתה לזו של הנתחים A ו-B. היתר גדול מן הניצבים, ולכן הנתח החדש גדול מן הנתחים הקודמים. נקרא לו נתח C. נתח זה, כאמור, זהה בצורתו לשני הנתחים A ו-B.



הנתחים, כזכור, גוזרים מן הריבועים המקיפים אותם חתיכות שוות: אם זה רבע מן הריבוע המקיף אותו, גם זה רבע; אם זה שלישי, גם זה שלישי, וכו'. איני יודע מהו הנתח, אבל אני יודע כי הנתחים זהים בצורתם, ולכן גם גוזרים מן הריבוע חלק פרופורציוני. אבל רגע: אני יודע דבר-מה נוסף על סכומי שטחי הריבועים עצמם – זה המונח על A, יחד עם זה המונח על B, שווה לזה המונח על C. אם כך, ואם הנתחים פרופורציונליים לריבועיהם, ממילא אותו דבר נכון לגבי נתחי המעגל עצמם. שני הנתחים שכיניתי A ו-B, שטח שניהם יחדיו שווה לשטח נתח המעגל C. איזו ברירה יש להם? הם חייבים לעקוב אחרי הריבועים שבתוכם הם מונחים.

ובכן, אם אקח את המשולש ישר הזווית שממנו התחלתי, אצרף לו את שני נתחי המעגל A ו-B, ואחסיר ממנו את נתח המעגל C, הרי שכמו לא עשיתי מאומה. A ו-B יחדיו שווים ל-C, ובכן – שתי הפעולות שקולות ומבטלות זו את זו.

מה אקבל אם אקח את המשולש ישר הזווית שממנו התחלתי, אצרף את A ו-B ואחסיר את C? אקבל צורת סהר, כמו בתמונה. מה שטחה של צורת הסהר הזו? שטחה הוא בדיוק כשטח המשולש ישר הזווית שממנו התחלנו. אם כן, מה שנשאר בידינו היא צורת סהר – צורה המוקפת בשתי קשתות עיגול – ואת שטחה ניתן למדוד, במדויק, באמצעות סרגל, ממש כאילו היתה צורה המוקפת בקוים ישרים. והיה העקוב למישור!



זוהי ההוכחה המתמטית הקדומה ביותר שבידינו, בערך מזמנו של סוקראטס. זה האחרון אהב להדהים את צעירי אתונה בפרדוקסים על הצדק והמידה הטובה. היפוקרטס, לעומתו, אהב להדהים את צעירי כיוס בפרדוקסים על קשתות מעגל ומשולשים. לא

הייתם מעלים על דעתכם שניתן למדוד במדויק את הצורה הזאת, המוקפת קשתות. לכאורה מן הנמנע לעשות כן. אבל הנה – תחבולה קלה – זה שווה לזה וזה לזה. מאחורי הקשת מתגלה הקו הישר.

וכן הלאה, וכן הלאה. ארכימדס יראה איך פרבולות וספירלות נמדדות על ידי קווים ישרים, כיצד גופים הצפים במים אינם אלא צורות גיאומטריות סביב מרכזי כובד; גלילאו יראה כיצד גופים במעופם מתווים את מה שאינו אלא הפרבולה שחקר ארכימדס עצמו. לכאורה – פרבולה, ולמעשה, מאחוריה – קו ישר. לכאורה גוף בתנועה – ולמעשה חיבורם של שני כוחות. תמיד אותה ההזרה, וההיגיון שבה מובן לנו כעת. המתמטיקה, עוד יותר מן השירה, היא המקום שבו אנחנו עוסקים בטענה המוזרה, הפרדוקסלית, שדבר אחד אינו אלא דבר אחר. המתמטיקה היא מטאפורה, וככל שהמרחק בין הדברים גדול יותר ומפתיע יותר, כך מתעצם כוחה של ההזרה המטאפורית. המשוררים צריכים להתחבט במילים ובצירופיהן אך למתמטיקאים קל יותר. פשוט כותבים כך:

=

וכבר אנחנו יודעים – מטאפורה. הזרה:

$$A^2+B^2=C^2$$

המשולשים על הניצבים אינם אלא המשולש על היתר. ומכאן כל השאר: היפוקרטס, עם הסהר שהוא משולש; ארכימדס, עם הפרבולות והגופים הצפים; גלילאו, עם הגופים הנופלים; ניוטון, עם האור, הכבידה, העקומות והמשיקים... ומכאן והלאה, כל המדע המתמטי שלנו, שאינו אלא הדבר הזה, שעבורו מתקיימת הספרות: המוכר המתברר כאחר.